المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2013

الموضوع



NS23

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)	الشعبة أو المسلك

Informaciones generales

- **Esta permitido el uso de calculadora no programable**
- **Duracion de la prueba : 3 horas**
- **Numero de paginas :4 paginas(la primera pagina contiene informaciones y las tres restantes contienen los ejercicios de la prueba)**
- **El candidato puede realizar los ejercicios del examen segun el orden que le sea adecuado**
- **En caso de incapacidad de responder a alguna pregunta, el candidato podra utilizar el resultado de dicha pregunta para el tratamiento de las preguntas posteriores**
- **Evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas**
- **Aunque algunos simbolos estan repetidos en mas de un ejercicio,cada uno de ellos esta relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores**

Informaciones especificas

- **La prueba se compone de cinco ejercicios independientes entre si y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :**

Ejercicio	Dominio	puntos atribuidos
Primer ejercicio	Geometria del espacio	3 puntos
Segundo ejercicio	Numeros complejos	3 puntos
Tercer ejercicio	Calculo de probabilidades	3 puntos
Cuarto ejercicio	Sucesiones numericas	3 puntos
Quinto ejercicio	Estudio de funcion y calculo integral	8 puntos

PRUEBA

Primer ejercicio(3 puntos)

Se consideran en el espacio provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ los puntos $A(-1,1,0)$, $B(1,0,1)$ y $\Omega(1,1,-1)$ y la esfera (S) de centro Ω y de radio 3

1 1) a) Demostrar que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ y averiguar que $x+y-z=0$ es una ecuación del plano (OAB)

1 b) Averiguar que $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$ y después demostrar que el plano (OAB) corta a la esfera (S) según una circunferencia (Γ) cuyo radio es $\sqrt{6}$.

2) Sea (Δ) la recta que pasa por Ω y es perpendicular al plano (OAB)

0.5 a) Demostrar que $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$ $(t\in I\!R)$ es una representación paramétrica de la recta (Δ)

0.5 b) Determinar las coordenadas del centro de la circunferencia (Γ).

Segundo ejercicio (3 puntos)

Se consideran en el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ los puntos A, B y C cuyos afijos son respectivamente $a=7+2i$, $b=4+8i$ y $c=-2+5i$.

0.75 1) a) Averiguar que $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ y demostrar que $\dfrac{c-a}{b-a}=1+i$

1 b) Deducir que $AC=AB\sqrt{2}$ y dar una medida del ángulo orientado $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

2) Sea R el giro de centro B y de ángulo $\dfrac{\pi}{2}$.

0.75 a) Demostrar que el afijo del punto D imagen del punto A por el giro R es $d=10+11i$

0.5 b) Calcular $\dfrac{d-c}{b-c}$ y deducir que los puntos B, C y D están alineados .

Tercer ejercicio(3 puntos)

Una urna contiene diez bolas: cinco rojas, tres verdes y dos blancas (las bolas son indiscernibles al tacto)

Extraemos al azar y simultáneamente cuatro bolas de la urna

1 .5 1) Consideramos los dos sucesos siguientes

A:" Obtener dos bolas rojas y dos bolas verdes .

B:"No hay ninguna bola blanca de las cuatro bolas extraídas "

Demostrar que $P(A)=\dfrac{1}{7}$ y que $P(B)=\dfrac{1}{3}$

2) Sea X la variable aleatoria que asocia cada extracción con el numero de bolas blancas extraídas

0.25 a) Averiguar que los valores que toma la variable aleatoria X son 0 , 1 y 2

1.25 b) Demostrar que $P(X=1)=\dfrac{8}{15}$ y luego determinar la ley de probabilidad de la variable aleatoria X

Cuarto ejercicio (3 puntos)

Sea $(u_n)_{n\in IN^*}$ la sucesión numérica definida por: $u_1=0$ y $u_{n+1}=\dfrac{25}{10-u_n}$ para todo n en IN^*

1 1) Averiguar que $5-u_{n+1}=\dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ para todo n en IN^* y demostrar por inducción que $5-u_n>0$ para todo n en IN^*

2) Consideramos la sucesión $(v_n)_{n\in IN^*}$ definida por: $v_n=\dfrac{5}{5-u_n}$ para todo n en IN^*

0.75 a) Demostrar que $v_{n+1}=\dfrac{10-u_n}{5-u_n}$ para todo n en IN^* y averiguar que $v_{n+1}-v_n=1$ para todo n en IN^*

1 b) Demostrar que $v_n=n$ para todo n en IN^* y deducir que $u_n=5-\dfrac{5}{n}$ para todo n en IN^*

0.25 c) Determinar $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Quinto ejercicio (8 puntos)

Se considera la función numérica f definida sobre IR por : $f(x)=(x-2)^2e^x$
y sea (C) la grafica de f en un sistema de referencia ortonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unidad $1cm$)

0.25 1) a) Demostrar que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 b) Demostrar que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ y deducir que (C) admite en el entorno de $+\infty$, una rama parabólica cuya dirección será determinada.

0.25 2) a) Averiguar que : $f(x)=x^2e^x-4xe^x+4e^x$ para todo x en IR

0.5 b) Demostrar que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ e interpretar geométricamente este resultado

(recordamos que : $\lim\limits_{x\to-\infty} x^ne^x=0$ para todo n en IN^*)

0.75 3) a) Demostrar que $f'(x)=x(x-2)e^x$ para todo x en IR

1 b) Demostrar que la función f crece en $]-\infty,0]$ y $[2,+\infty[$ y decrece en $[0,2]$

0.5 c) Dar la tabla de variaciones de f sobre IR

1 4) a) Demostrar que $f''(x)=(x^2-2)e^x$ para todo x en $\mathbb{R}$ y deducir que (C) admite dos puntos de inflexión cuya determinación de sus ordenadas no esta pedida

1 b) Trazar (C) en el sistema de referencia $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 5) a) Demostrar que $H: x \mapsto (x-1)e^x$ es una función primitiva de la función $h: x \mapsto xe^x$ sobre $\mathbb{R}$ y calcular $\int_0^1 xe^x\,dx$

0.75 b) Usando una integración por partes , demostrar que: $\int_0^1 x^2e^x\,dx = e-2$

0.5 c) Demostrar que el área del recinto del plano delimitado por (C) ,el eje de abscisas y las rectas de ecuaciones $x=0$ y $x=1$ es $5(e-2)$ cm^2

0.5 6) Usar ,la gráfica (C) para dar el numero de soluciones de la ecuación

$x\in\mathbb{R}$, $x^2=e^{-x}+4x-4$